

Contrôle Partiel de mécanique des solides

13 Mars 2014– Durée 1h

Aucun document autorisé - L'usage des calculatrices et des téléphones portables est interdit.

A. Questions de Cours

1. Rappeler les théorèmes de Koenig relatif au moment cinétique et à l'énergie cinétique en définissant soigneusement les différents termes introduits.
2. Rappeler les théorèmes du principe fondamental de la dynamique des solides.

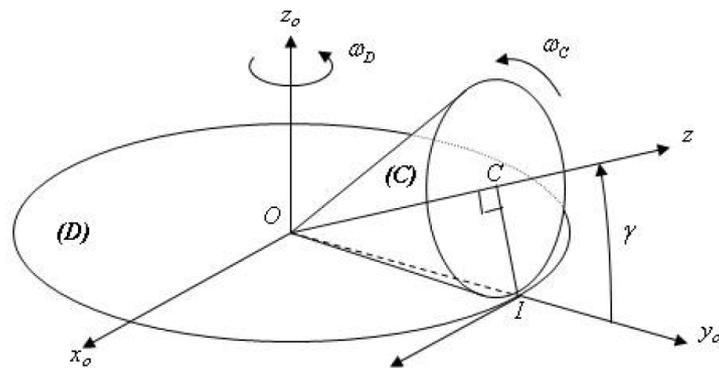
B. Problème : Etude du mouvement d'un disque

Dans un référentiel $R_0(Ox_0y_0z_0)$, on étudie le mouvement d'un disque (D), de masse M , mis en rotation à la vitesse angulaire ω_D autour de son axe (Oz_0) grâce au mouvement d'un cône creux (C), de sommet O , de masse M , de hauteur h , de rayon en $(z = h) = R$, de demi-angle au sommet γ , en rotation avec la vitesse angulaire ω_C autour de son axe de révolution (Oz) qui reste fixe par rapport à R_0 lors du mouvement du cône.

On donne les moments d'inertie du cône creux par rapport :

- à son axe de révolution : $I_\Delta = MR^2/2$
- aux axes perpendiculaires à son axe de révolution : $I_\perp = MR^2/4 + Mh^2/2$.

On suppose que le cône (C) roule sans glisser en tout point de sa génératrice en contact avec (D) confondue à l'instant t avec l'axe (Oy_0).



1. Donner les expressions des vecteurs-rotation de (D) et de (C) par rapport au référentiel d'observation R_0 .
2. On considère les points matériels I_1 et I_2 appartenant respectivement à (D) et à (C) qui coïncident à l'instant t avec le point matériel I de la génératrice du cône situé à la distance d de l'origine O. Déterminer les expressions des vitesses des points I_1 et I_2 par rapport à R_0 . En déduire la vitesse de glissement de (D) par rapport à (C) .
3. En considérant la condition de roulement sans glissement en I , déterminer la relation entre ω_D , ω_C et γ .
4. Déterminer la position du centre de masse du cône (C) .
5. Quels sont les mouvements décrits par les centres de masse de (C) et de (D) . En déduire les quantités de mouvement de (C) et de (D) par rapport à R_0 .
6. Déterminer le moment cinétique en θ de (D) par rapport à R_0 .
7. Déterminer le moment cinétique en θ de (C) par rapport à R_0 .